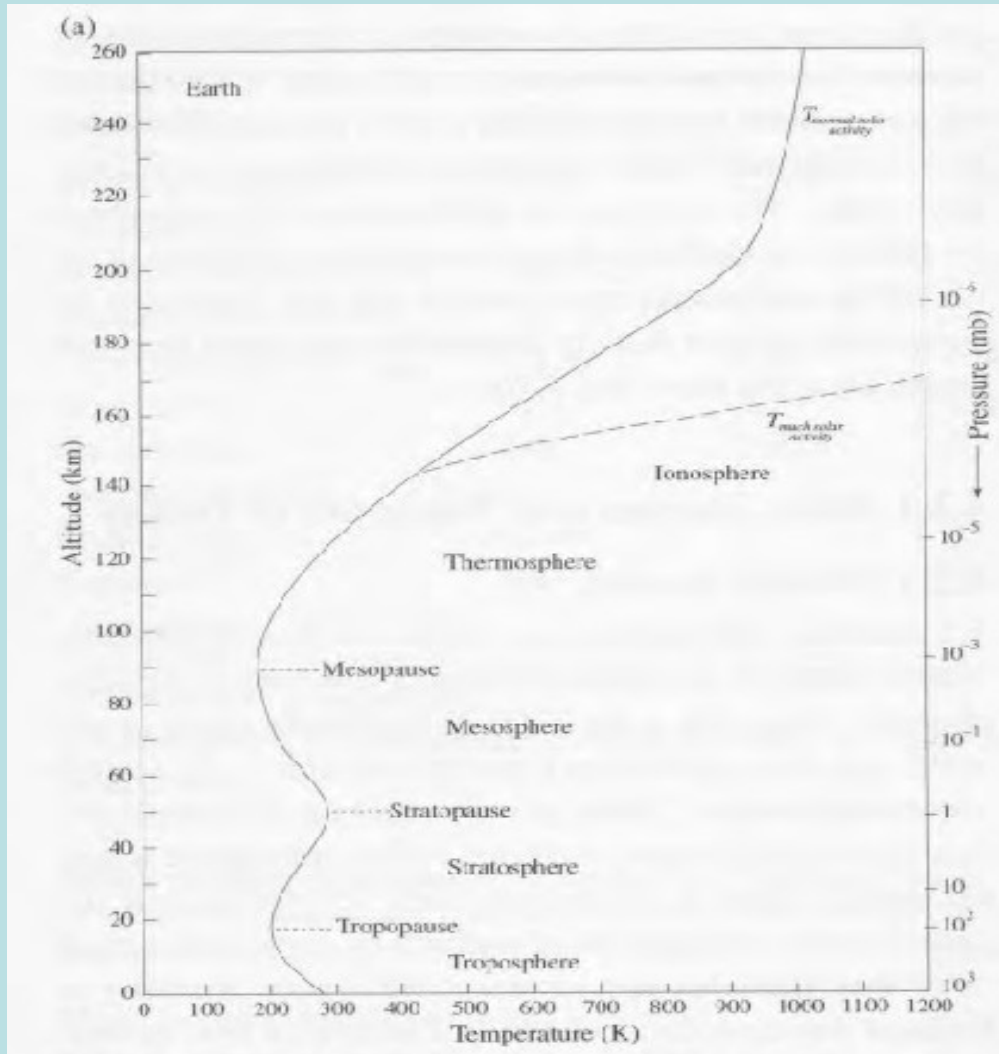


# Astrofísica del Sistema Solar

## Atmósferas planetarias (2da. Parte)

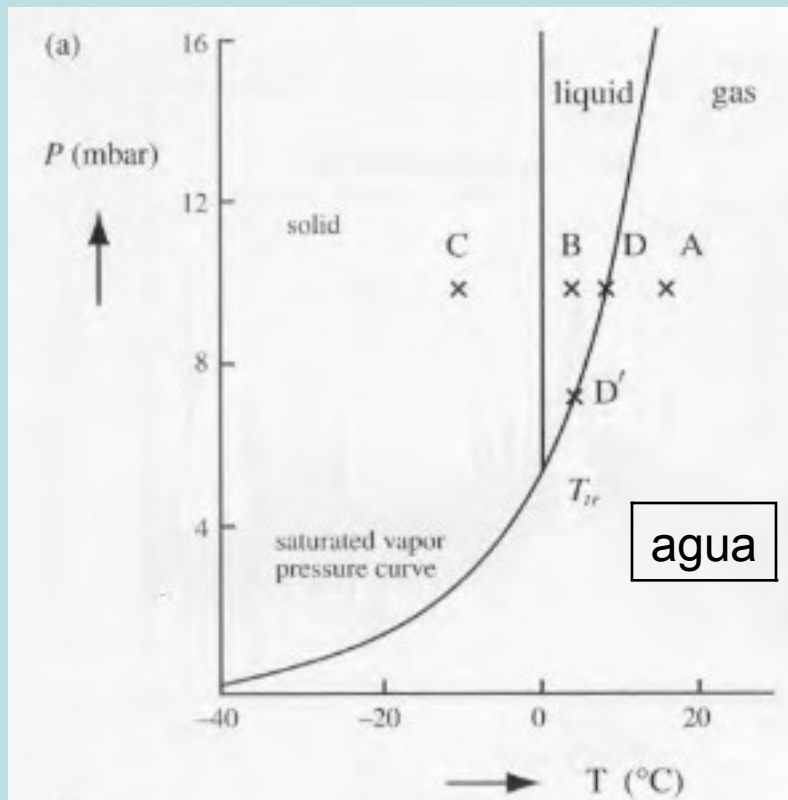
# Perfil de temperatura:



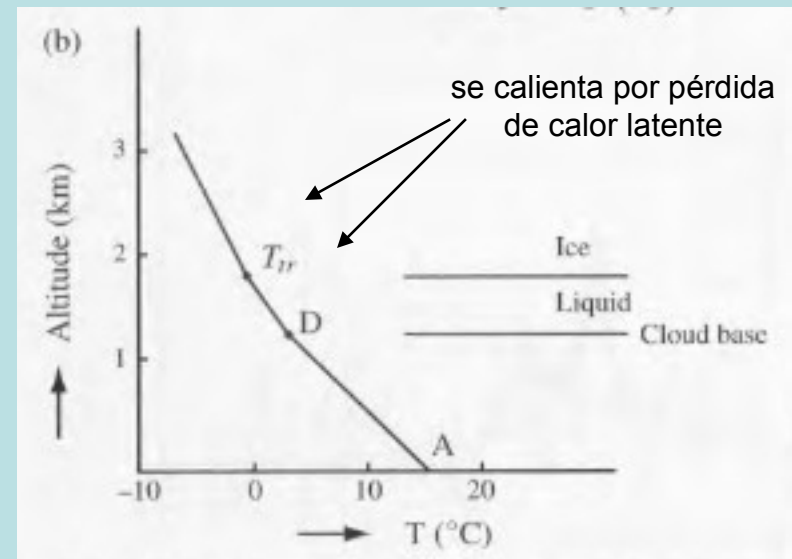
Tierra

# Nubes:

Se dice que una atmósfera esta **saturada** cuando el contenido de vapor de un gas es máximo a una cierta presión. Si se agrega vapor se condensan gotas. En condiciones de equilibrio, una atmósfera a cierta temperatura no puede contener más vapor que el indicado por su curva de saturación.



$T_{tr}$  es el “punto triple” donde coexisten hielo, líquido y gas.



Aire ascendiendo adiabáticamente en la tropósfera de la Tierra

# Estructura:

- En primera aproximación las atmósferas están en equilibrio hidroestático con un gradiente de presión:

$$\frac{dp}{dr} = - \left( \frac{GM}{r^2} \right) mN = -g(r)\rho$$

Siendo la ley de los gases ideales:

$$p = NkT = \rho RT \quad R = k/m$$

donde  $k$  la cte. De Boltzmann y  $R$  la cte. del gas apropiada para la composición de la atmósfera.

# Estructura:

- Entonces, el equilibrio hidroestático es:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{GMm}{kT} \frac{dr}{r^2} \approx -\frac{gm}{kT} dz = -\frac{dz}{H}$$

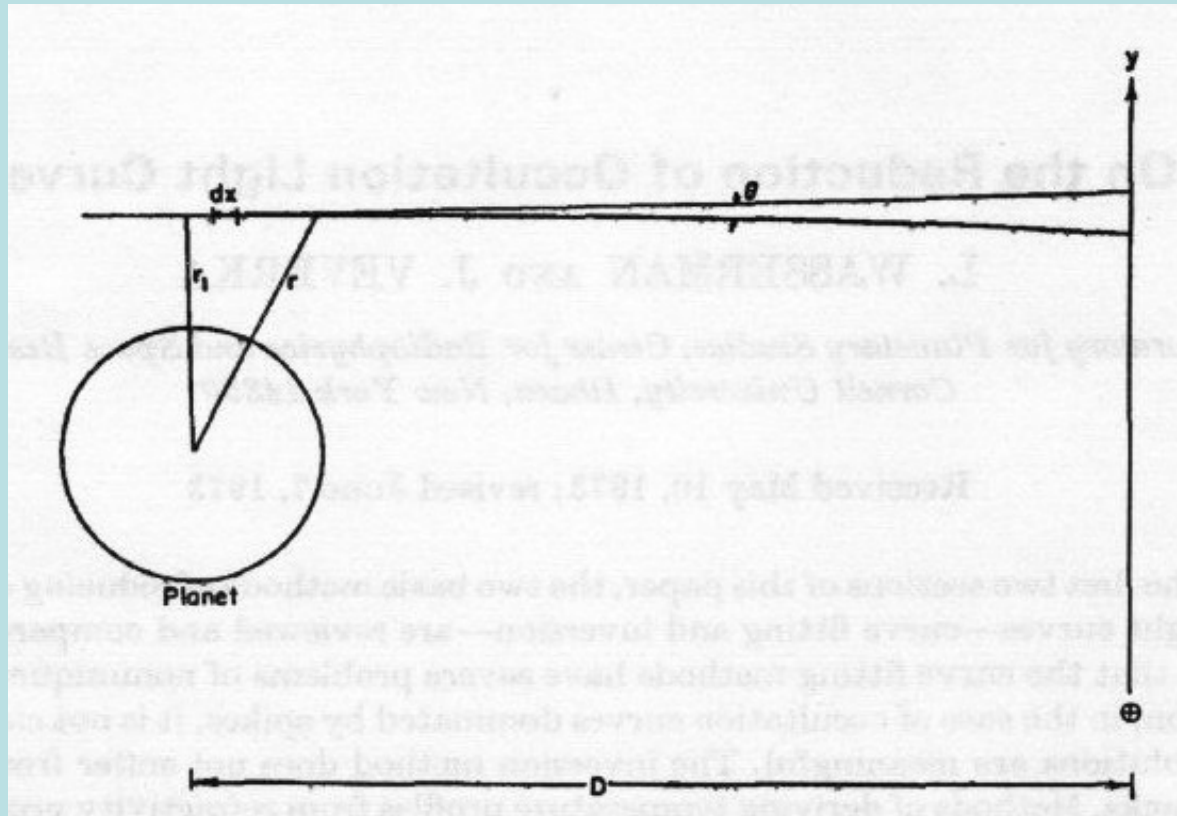
donde  $z$  es la altura sobre la superficie y  $H$  es la escala de altura para la presión.

- En el caso general, la distribución de densidad es:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{N} &= -\frac{dT}{T} - \frac{GMm}{kT} \frac{dr}{r^2} \approx -\frac{dT}{T} - \frac{dz}{H} \\ &= -\left(\frac{1}{T} \frac{dT}{dz} + \frac{mg}{kT}\right) dz = -\frac{dz}{H^*} \end{aligned}$$

# Estructura:

En una ocultación la luz de la estrella se ve afectada por refracción diferencial en la atmósfera, no por extinción (Wasserman & Veverka, 1973):



## Planteo analítico:

El ángulo que se desvia un rayo de luz,  $\theta(r_1)$ , es:

$$\theta(r_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right) dx$$

Y la curva de luz observada viene dado por el cociente entre el brillo estelar sin ocultar y su valor para diferentes instantes  $\varphi = \varphi(t)$ :

$$\frac{\phi_s}{\phi} - 1 = D \frac{d\theta}{dr}$$

Hay dos métodos posibles para obtener información de la estructura de la atmósfera.

# Método I: Ajuste

Se asume un perfil atmosférico ( $n = n - 1$ , en función de  $r$ ) obteniendo una curva sintética para la ocultación, la cual se modifica hasta lograr el mejor ajuste. En ausencia de ruido y para una atmósfera isoterma con altura de escala:

$$H = \frac{CT}{\mu g},$$

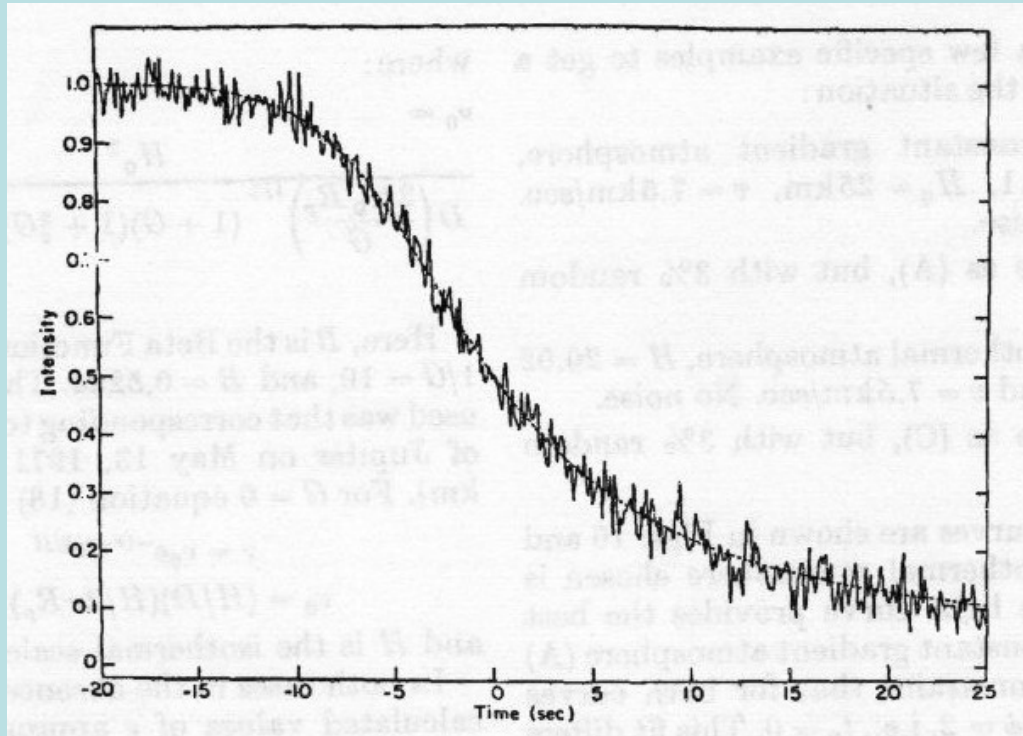
Donde  $C$  es la cte. Universal para gases,  $T$  la temperatura,  $g$  la aceleración de la gravedad, y  $m$  el peso molecular medio de la atmósfera. Entonces, la curva de luz de la ocultación viene dada por:

$$\frac{v(t - t_0)}{H} = \left( \frac{\phi_s}{\phi} - 2 \right) + \ln \left( \frac{\phi_s}{\phi} - 1 \right),$$

donde  $v$  es la velocidad del observador respecto del limbo del planeta.



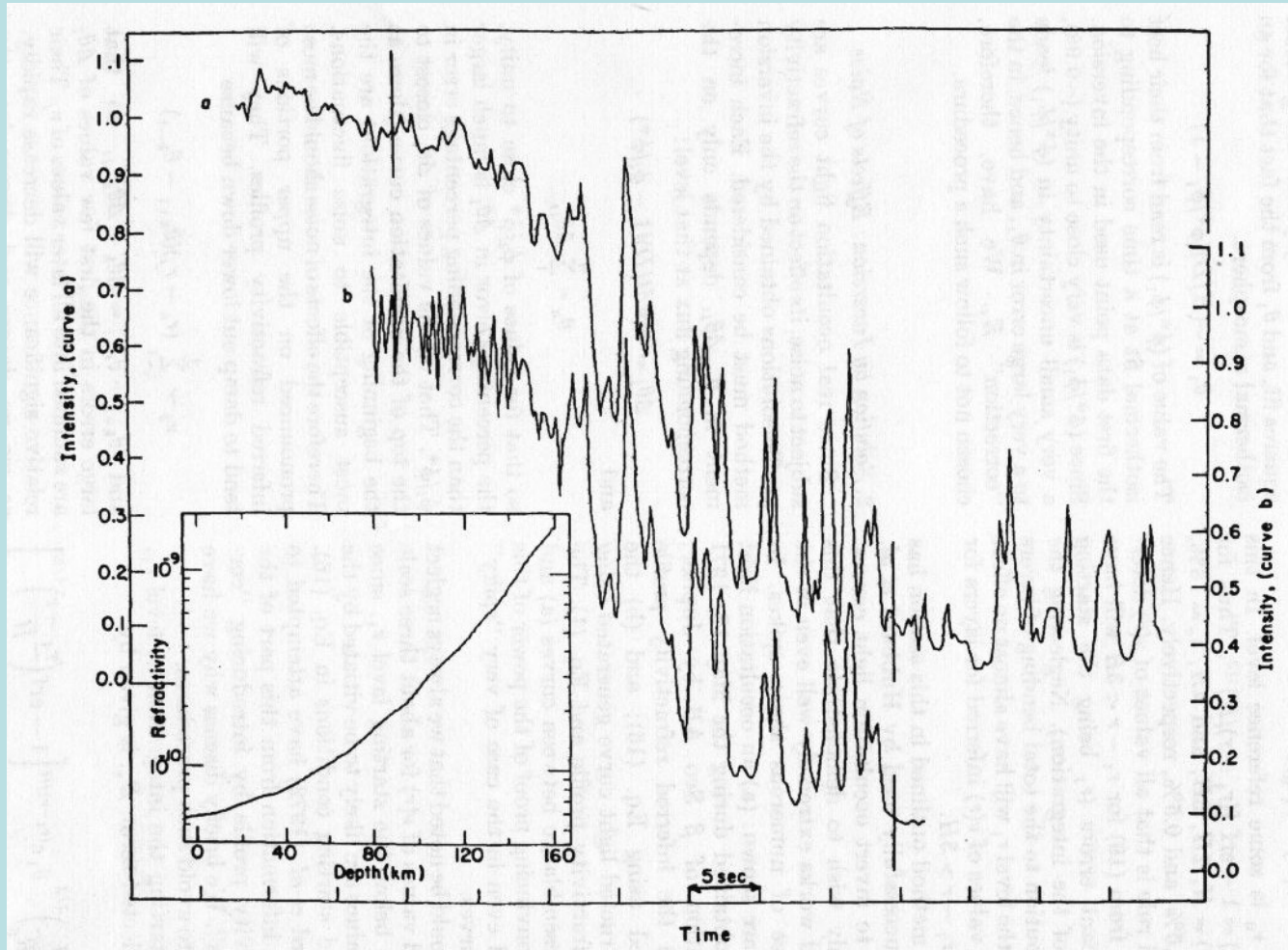
# Método I: Ajuste



$$t_0 = t (\varphi_s / 2)$$

Obtener un buen ajuste no implica necesariamente que la atmósfera sea isoterma

# Método II: Inversión



Pueden existir en la atmósfera variaciones de densidad

# Método II: Inversión

El ángulo que se desvia un rayo de luz en una atmósfera con simetría esférica es:

$$\theta(r_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right) dx$$

pero podemos escribir que:

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} = \frac{d}{dr} (\ln n),$$

de la figura inicial tenemos que:

$$x^2 = r^2 - r_1^2,$$

$$dx = \frac{r dr}{(r^2 - r_1^2)^{1/2}},$$

## Método II: Inversión

Entonces la expresión para  $\theta(r_1)$  se puede escribir:

$$\theta(r_1) = 2 \int_{r_1}^{+\infty} \frac{r \frac{d}{dr}(\ln n) dr}{(r^2 - r_1^2)^{1/2}},$$

El objetivo es invertir esta ecuación integral para obtener  $n = n(r)$ . La expresión que se obtiene para la inversión es:

$$\nu(r) = n(r) - 1 = \frac{1}{\pi(2R_p)^{1/2}} \int_{\infty}^r \frac{\theta(r') dr'}{(r' - r)^{1/2}}$$

Para evaluar esta expresión es necesario determinar  $\theta(r)$  a partir de la curva de luz dada por  $\varphi(r)$ .

# Método II: Inversión

De la geometría de la ocultación se obtiene:

$$\frac{\phi_s}{\phi} - 1 = D \frac{\Delta\theta}{\Delta r},$$
$$\Delta r + D\Delta\theta = -v\Delta t.$$

Ecuaciones que permiten resolver para ambos incrementos:

$$\Delta r = -v\Delta t \frac{\phi}{\phi_s},$$
$$\Delta\theta = -\left(1 - \frac{\phi}{\phi_s}\right) \frac{v\Delta t}{D}.$$

# Método II: Inversión

Asumiendo como valores iniciales que:

$$\left(\frac{\phi}{\phi_s}\right)_0 \simeq 1,$$
$$\Delta\theta_0 \simeq 0.$$

considerando una atmósfera en capas, podemos calcular  $\theta$  y  $r$  :

$$\theta_j = \sum_{i=0}^j \Delta\theta_i,$$
$$r_j = \sum_{i=0}^j \Delta r_i.$$

donde:

$$r_1 > r_2 > r_3 > \dots > r_N,$$
$$|\theta_1| < |\theta_2| < |\theta_3| < \dots < |\theta_N|.$$

# Método II: Inversión

Como la expresión para  $\nu(r)$  no se puede integrar desde infinito, la aproximamos con:

$$\nu(r) \simeq \frac{1}{\pi(2R_p)^{1/2}} \int_{r_1}^r \frac{\theta(r') dr'}{(r' - r)^{1/2}}$$

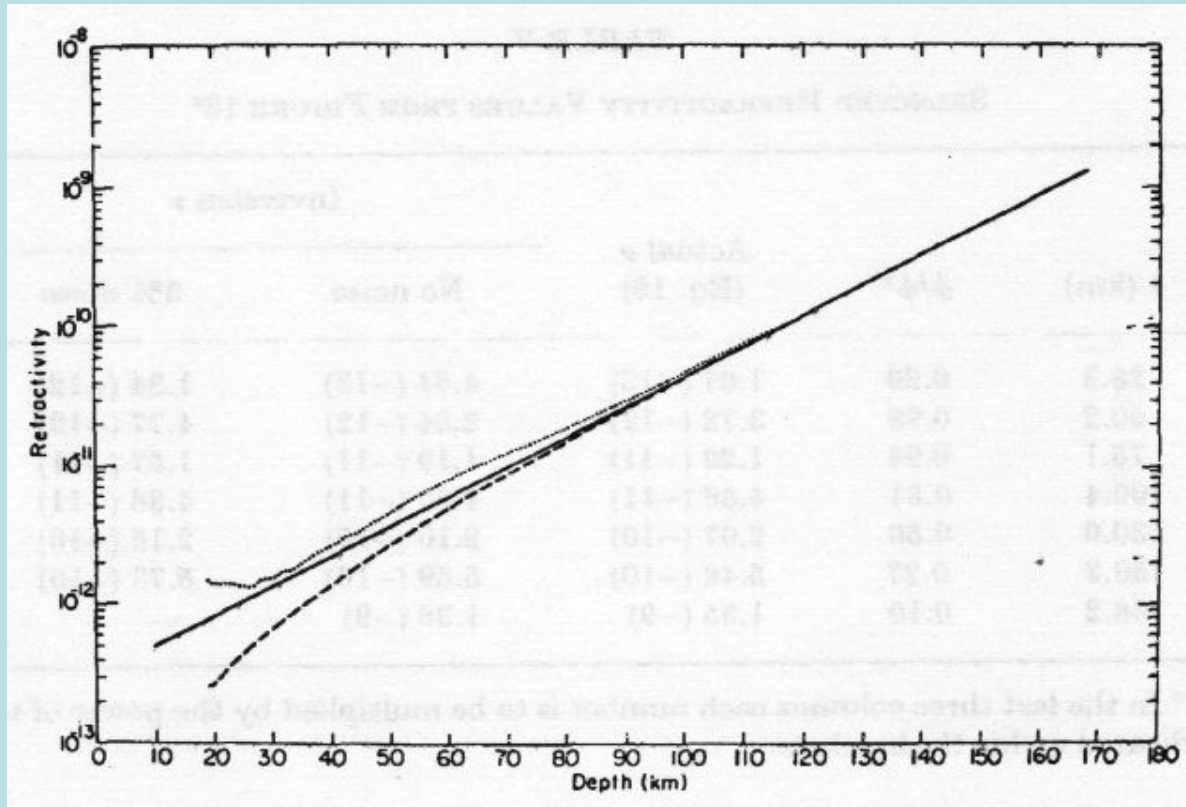
Donde  $r_1$  es el valor donde la desviación es cero. Para integrar es necesario hacerlo por partes:

$$du = \frac{dr'}{(r' - r)^{1/2}},$$

$$w = \theta(r').$$

$$\nu(r) \simeq \frac{-2(r_1 - r)^{1/2}\theta(r_1)}{\pi(2R_p)^{1/2}} - \frac{1}{\pi(2R_p)^{1/2}} \int_{r_1}^r 2(r' - r)^{1/2} d\theta$$

# Perfil de refractividad:





# Perfil de temperatura:

Para encontrar el perfil de temperatura a partir del perfil de refractividad debemos encontrar primero los valores de densidad, realizar una equivalencia con los valores a presión y temperatura standard (STP), y considerar la composición de la atmósfera:

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{\nu_s} \nu(r),$$

$$\rho_s = \mu m_H L,$$

$$\nu_s = \sum f_k \nu_s^k,$$

$$\nu_s^k = A^k \left( 1 + \frac{B^k}{\lambda^2} \right),$$

Donde  $\mu$  es el peso molecular medio,  $m_H$  es la masa del átomo de hidrógeno,  $L$  la cte. de Loschmidt,  $f_k$  la fracción de una cierta especie en la atmósfera,  $\nu_s^k$  la refractividad de la especie  $k$ , y  $A$  y  $B$  ctes. de dispersión.

# Perfil de temperatura:

Para encontrar el perfil de temperatura a partir del perfil de densidad utilizamos la ley de los gases ideales y la ecuación de equilibrio hidrostático.

Se divide la atmósfera en N capas planas y paralelas numeradas hacia abajo desde 1 hasta N. Asumimos un valor para  $P_1$  (pequeño pero aún arbitrario) y como conocemos los valores de densidad tenemos que:

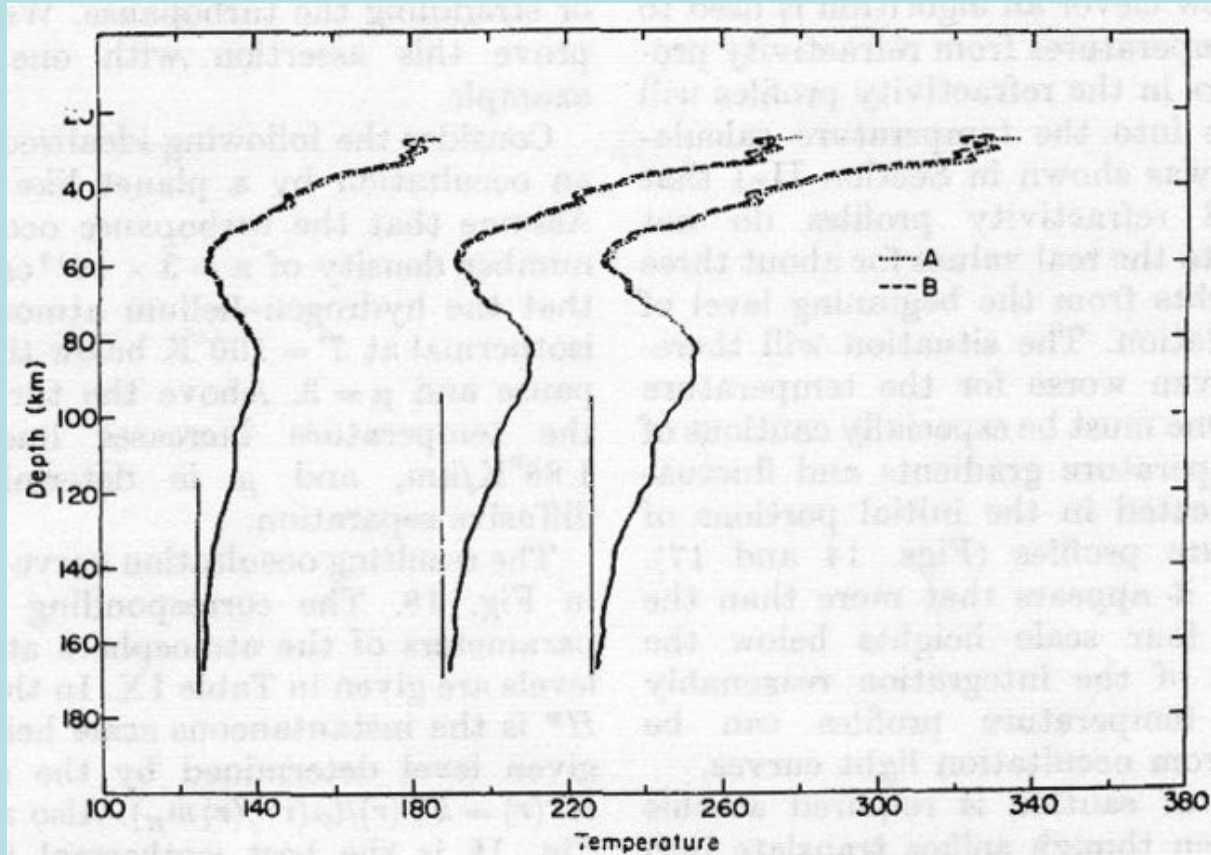
$$\langle \rho_i \rangle = \frac{(\rho_i + \rho_{i+1})}{2},$$

$$\Delta P_i = - \langle \rho_i \rangle g \Delta r,$$

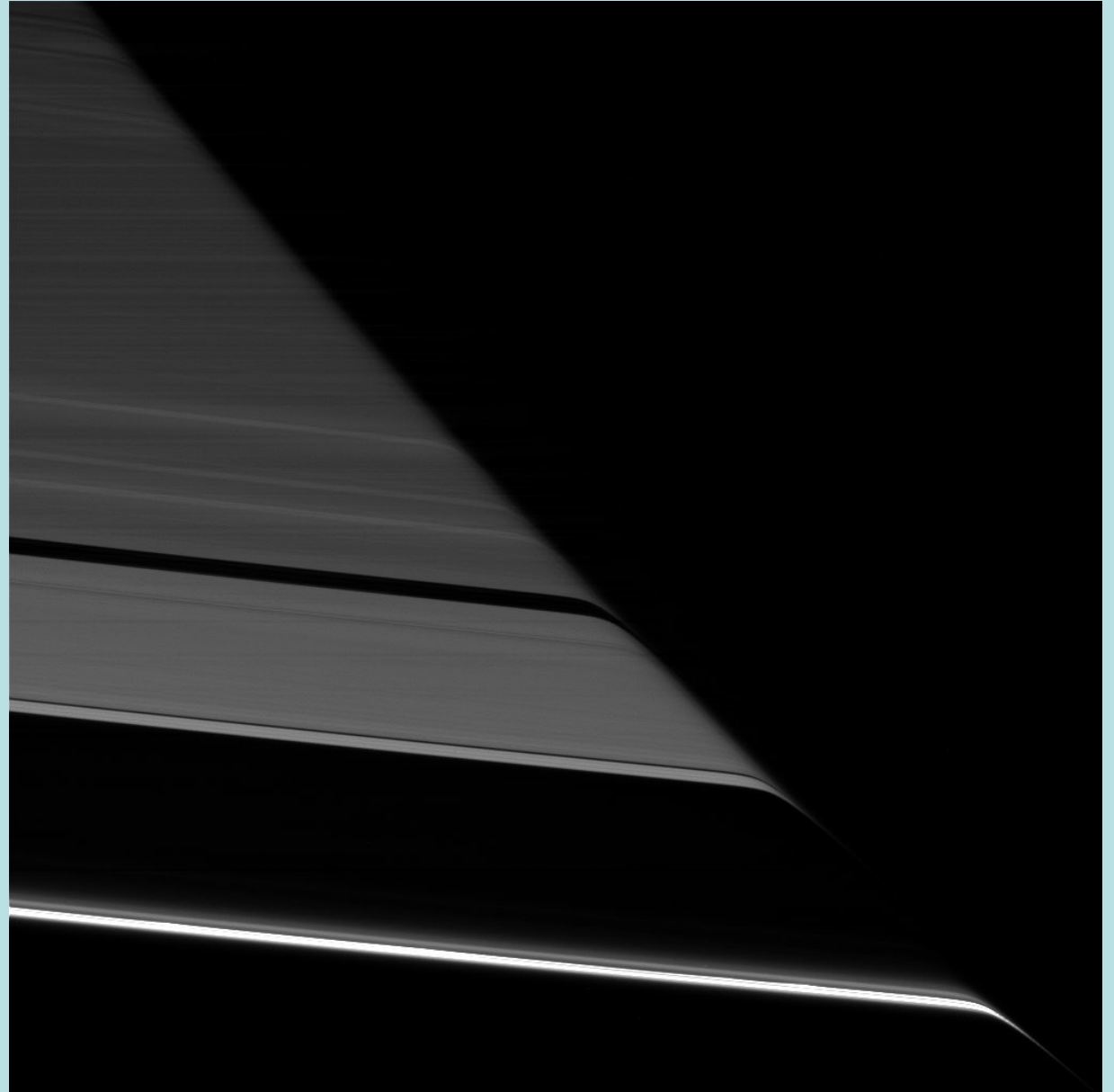
$$P_{i+1} = \sum_{j=1}^i \Delta P_j + P_1,$$

$$T_{i+1} = \frac{\mu m_H P_{i+1}}{k \rho_{i+1}}.$$

# Perfil de temperatura:



**Imagen de Cassini  
Anillos de Saturno  
y limbo**



**Imagen de Cassini  
Anillos de Saturno  
y limbo**

