Procesamiento Avanzado de Imágenes Astronómicas

Filtrado Espacial

Fundamentos

- “filtrar” implica retener o remover ciertas componentes de la imagen.
- el filtrado se hace utilizando kernels (máscaras, ventanas, etc).
- existe una correspondencia entre filtros espaciales y de frecuencia.
- los filtros espaciales son más versátiles porque permiten aplicaciones no lineales.

Mecánica del filtrado

• se debe definir una vecindad alrededor del pixel a procesar, y una operación a realizar.
• el filtrado resulta en una nueva imagen donde el pixel se reemplaza por el resultado de la operación.
• los filtros espaciales pueden ser lineales o no lineales.
• en general, los kernels son de dimensiones impares para poder definir un centro.

Mecánica del filtrado

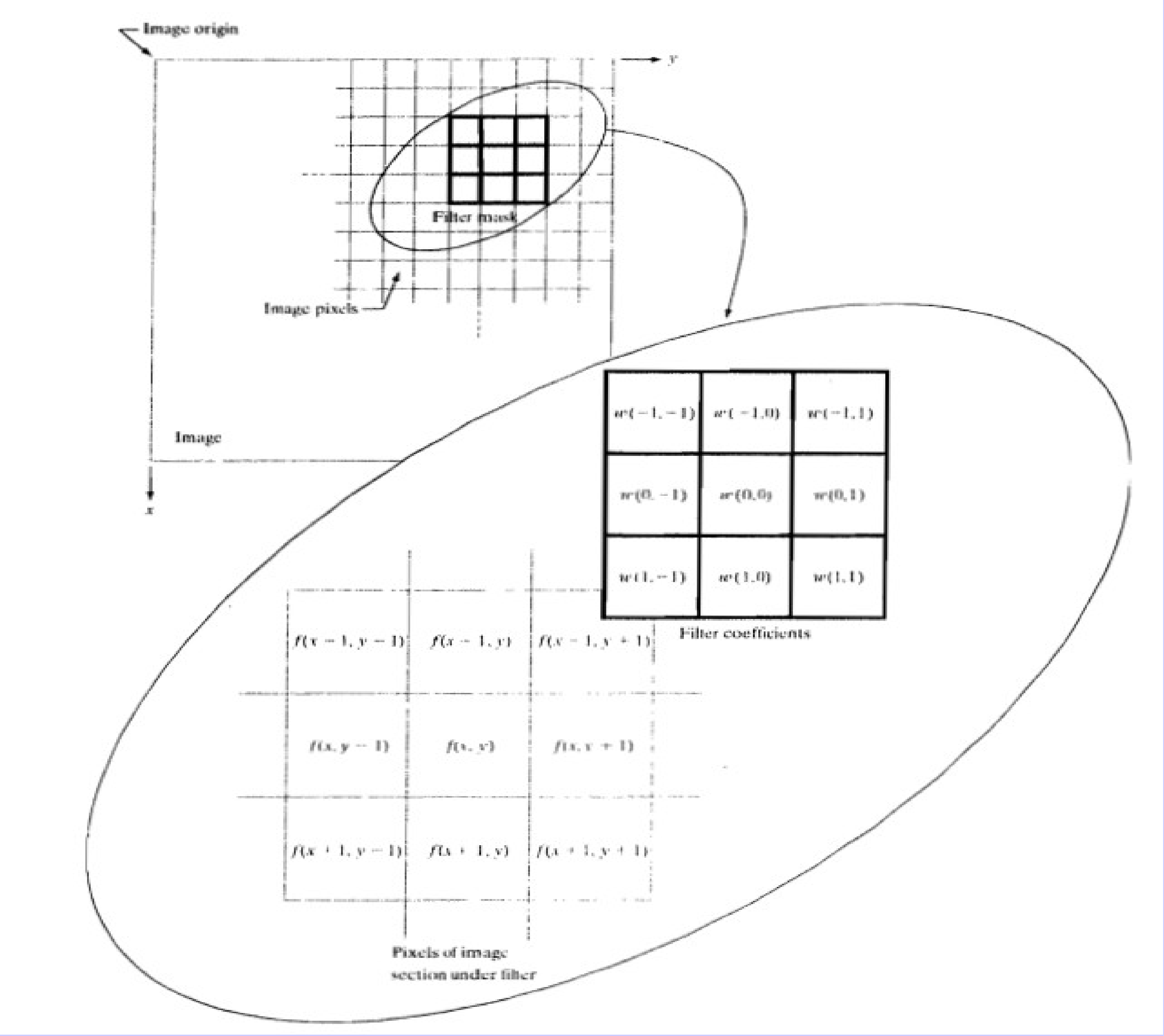
- el proceso de filtrado entre una imagen f y un kernel w se puede escribir como:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x + s, y + t)$$

- por ejemplo, si el kernel es de 3x3:

$$\begin{aligned} g(x, y) = {} & w(-1, -1) f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0) f(x - 1, y) + \dots \\ & + w(0, 0) f(x, y) + \dots + w(1, 1) f(x + 1, y + 1) \end{aligned}$$

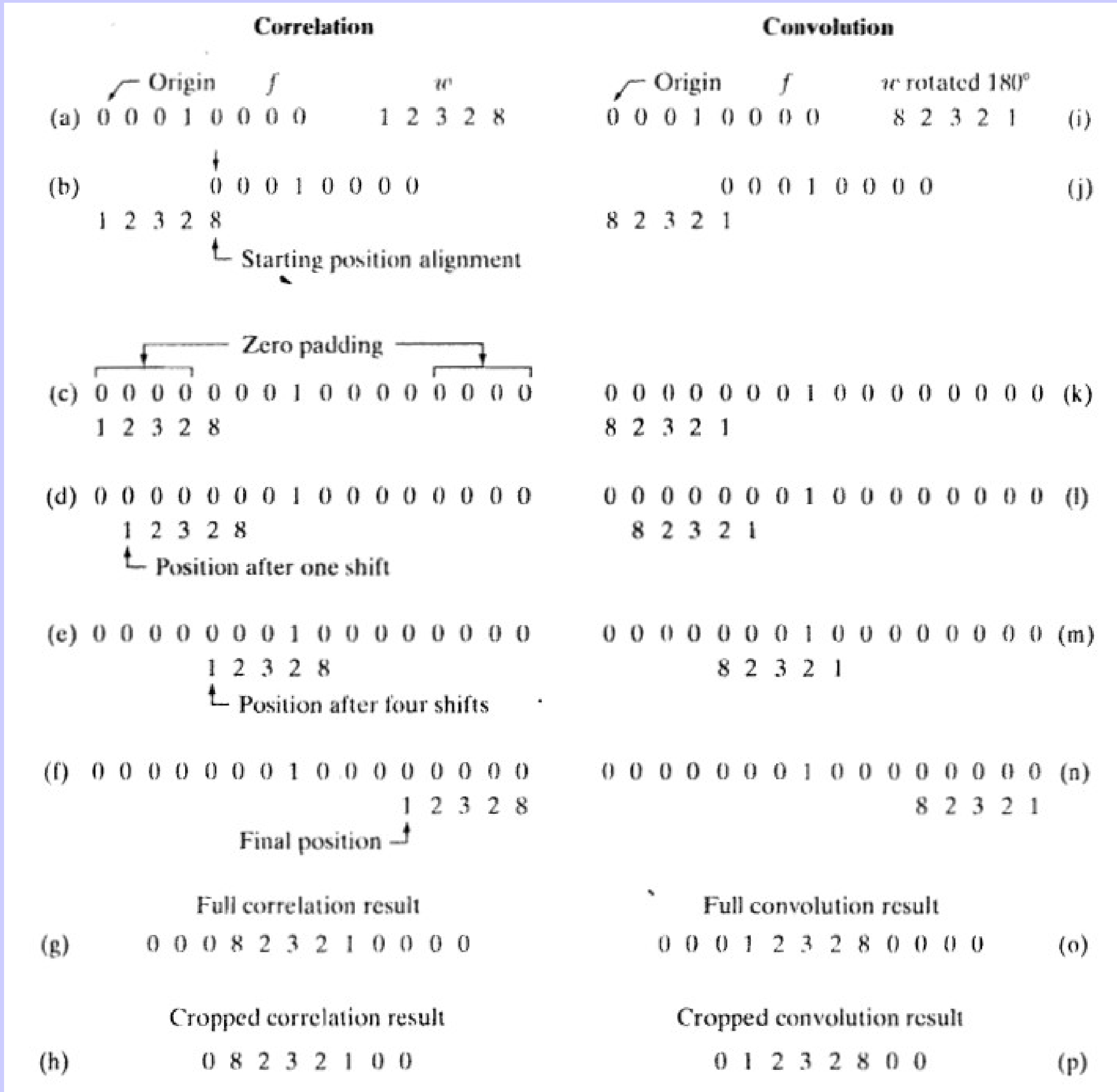
Mecánica del filtrado



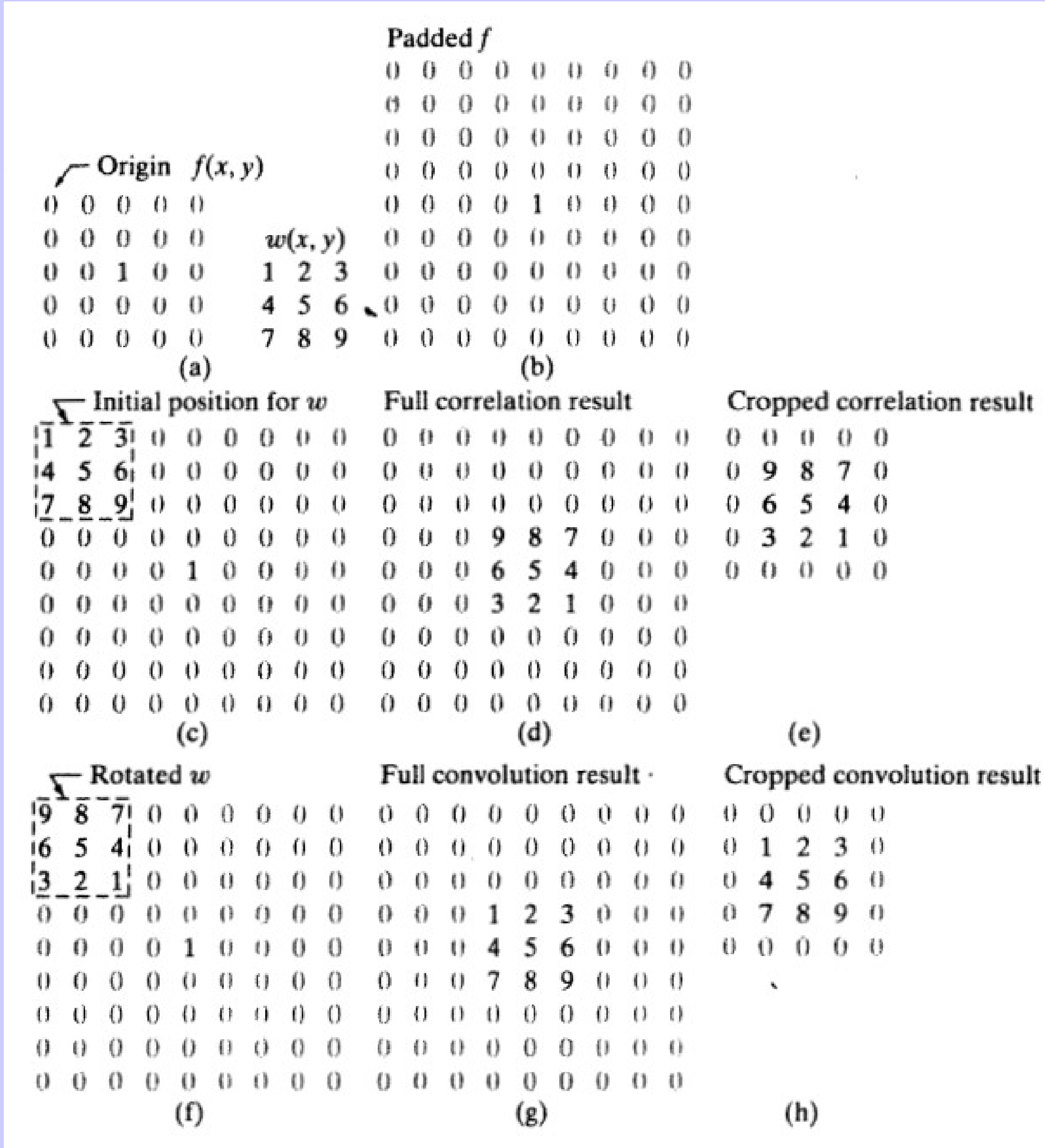
Correlación y Convolución

- **correlación espacial** es el proceso de calcular el producto entre los pixeles de una imagen y un kernel y sumar los resultados.
- **convolución espacial** es un proceso similar pero con el kernel rotado 180 grados.
- tanto la correlación como la convolución son funciones de desplazamiento.
- la correlación de un filtro con un pulso discreto unitario devuelve el filtro de convolución.

Correlación y Convolución



Correlación y Convolución



Correlación y Convolución

- **correlación espacial:**

$$w(x, y) \star f(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x + s, y + t)$$

- **convolución espacial:**

$$w(x, y) \bigstar f(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x - s, y - t)$$

Filtros lineales pasabajos

• filtros de suavizado o de promedio.

• reemplazan el pixel con el valor promedio de los vecinos.

• implican una integración de la imagen.

• remueven detalles de alta frecuencia (ruido).

• baja la definición de detalles.

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad \frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Filtros no lineales

• reemplazan el pixel con el valor de un estadístico o función no lineal aplicada al kernel.
• ejemplos:

- mediana
- moda
- desviación standard
- máximo
- mínimo

Filtros lineales pasaaltos

- filtros de realce.
- implican una diferenciación de la imagen.
- reemplazan el pixel con el valor de la derivada primera o segunda en el pixel.
- incrementa la definición de detalles.
- las derivadas se calculan como diferencias discretas usando series de Taylor truncadas.
- la suma de los valores del kernel es cero.

Filtros lineales pasaaltos

Derivada primera:

1. debe ser 0 en áreas de intensidad constante.
2. no debe ser 0 al inicio de una pendiente.
3. no debe ser 0 en áreas con cierta pendiente.

Derivada segunda:

1. debe ser 0 en áreas de intensidad constante.
2. no debe ser 0 al inicio o fin de una pendiente.
3. debe ser 0 en áreas con pendiente constante.

Filtros lineales pasaaltos

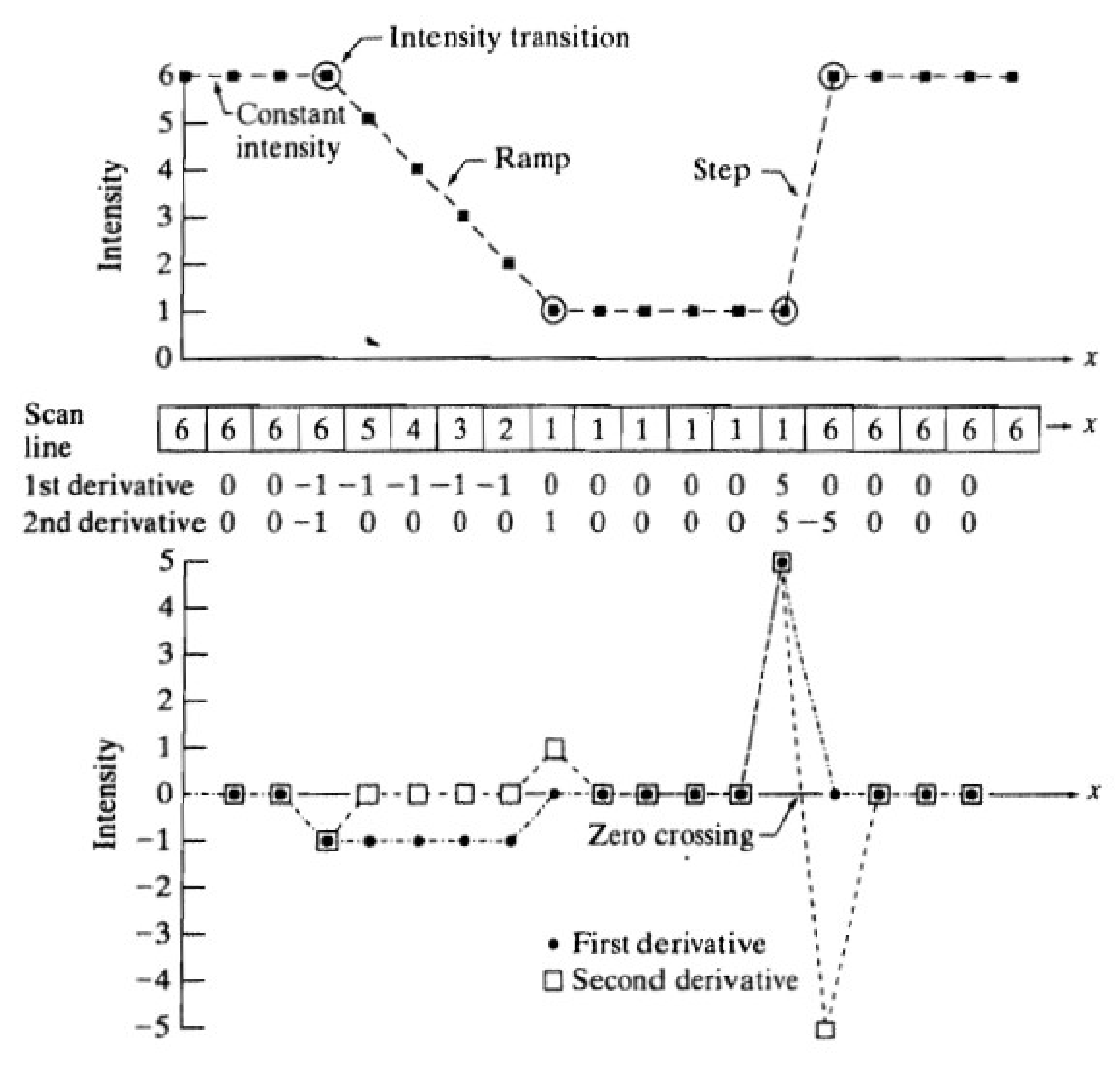
Derivada primera:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada segunda:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Filtros lineales pasaaltos



Filtro Laplaciano

- filtro para realzar detalles finos.
- discretización de la derivada segunda.
- debería ser un filtro *isotrópico* (rotacionalmente invariante) para un cierto ángulo.
- el operador isotrópico más simple es el operador laplaciano:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Filtro Laplaciano

- para armar el kernel se debe discretizar el laplaciano con:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -f(x+1, y) - f(x-1, y) + 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -f(x, y+1) - f(x, y-1) + 2f(x, y)$$

Filtro Laplaciano

• para finalmente obtener:

$$\nabla^2 f(x, y) = -f(x+1, y) - f(x-1, y) - f(x, y+1) - f(x, y-1) + 4f(x, y)$$

que resulta isotrópico para rotaciones de 90 grados.

• la suma de coeficientes es cero por lo que no afecta zonas planas de la imagen.

0	−1	0
−1	4	−1
0	−1	0

Filtro Laplaciano

• como el filtro laplaciano es una derivada, pone a cero zonas con poca variación en la intensidad.

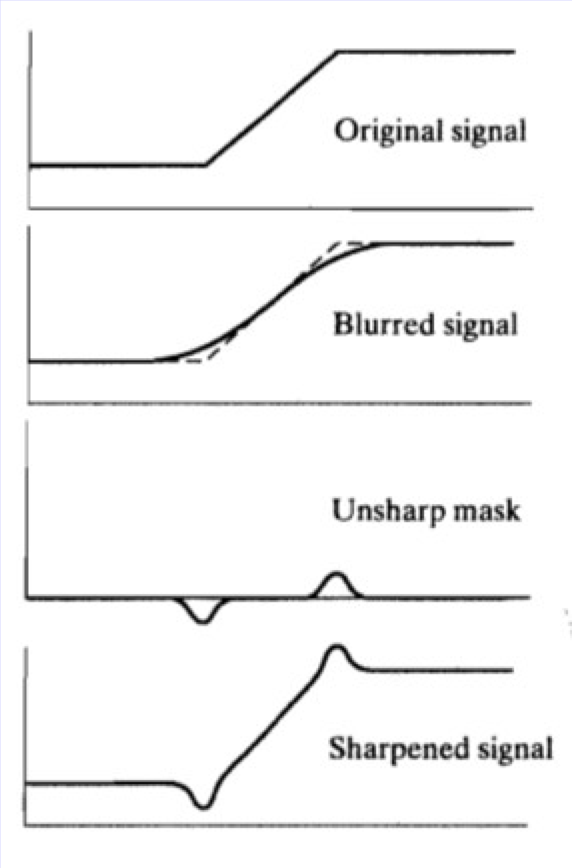
• para mantener zonas de poca variación e incentivar las altas frecuencias es preferible hacer:

$$g(x, y) = f(x, y) + c\left[\nabla^2 f(x, y)\right]$$

donde c es un factor de escala.

Unsharp Masking

- consiste en un filtro que mejora las altas frecuencias procesando en baja frecuencia.
- la idea es restar a la imagen original una imagen filtrada con pasabajos, para luego adicionarlas.



Filtro de Gradiente

- el vector gradiente esta definido por:

$$\nabla f \equiv \mathrm{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

y posee la propiedad de indicar la dirección de máxima variación en ese punto.

- su magnitud (que es isotrópica) es:

$$M(x, y) = \mathrm{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

Filtro de Gradiente

• la magnitud del gradiente no es un operador lineal y se suele reemplazar por:

$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

pero que pierde la isotropía.

• la forma de discretizar es:

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

Filtro de Gradiente

• donde los coeficientes 2 se incluyen para suavizar el filtrado.

• la expresión final para la magnitud es:

$$M(x, y) \approx |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|$$

• los operadores de Sobel son:

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1